

1ª QUESTÃO AULA

Matemática A

- 1. Sobre uma população de uma cidade, em idade ativa, sabe-se que 20% é desempregada; 55% é do sexo masculino; 50% são homens empregados. Do conjunto de pessoas, em idade ativa, é escolhida uma ao acaso. Calcule a probabilidade de ser:
 - 1.1. Homem sabendo que está desempregado;
 - **1.2.** Mulher e empregada;
 - 1.3. Mulher sabendo que está empregada;
 - 1.4. Mulher sabendo que está desempregada.
- 2. Sejam A e B dois acontecimentos num espaço amostral S. Sabe-se que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\overline{B}) = \frac{5}{8}$ e $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{3}{4}$.
 - **2.1.** Calcule $P(A \cap B)$;
 - **2.2.** Indique, justificando, o valor lógico da proposição: $P(B|\bar{A}) P(B) = 0$.
 - **2.3.** Os acontecimentos \bar{A} e B são independentes? Justifique.

RESPOSTAS:

E: "população ativa empregada" \overline{E} : "população ativa não empregada (ou desempregada)"

H: "população ativa do sexo masculino" M: "população ativa do sexo feminino"

	Н	\mathbf{M}	Total
E	0,5	0,3	0,8
\overline{E}	0,05	0,15	0,2
Total	0,55	0,45	1

1.1.
$$P(H|\overline{E}) = \frac{P(H \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} \iff P(H|\overline{E}) = \frac{0.05}{0.2} \iff P(H|\overline{E}) = 0.25 \text{ (ou } \frac{1}{4}\text{)}$$

1.2.
$$P(M \cap E) = 0.3$$

1.3.
$$P(M|E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} \iff P(M|E) = \frac{0.3}{0.8} \iff P(M|E) = 0.375 \text{ (ou } \frac{3}{8} \text{)}$$



1.4.
$$P(M|\overline{E}) = \frac{P(M \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} \iff P(M|\overline{E}) = \frac{0.15}{0.2} \iff P(M|\overline{E}) = 0.75$$

2.
$$A \subseteq S \in B \subseteq S$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}) = \frac{1}{2}$$

2.
$$\mathbf{A} \subset \mathbf{S} \in \mathbf{B} \subset \mathbf{S}$$
 $\mathbf{P}(\mathbf{A}) = \frac{1}{2}$ $\mathbf{P}(\overline{\mathbf{B}}) = \frac{5}{8} e P(\overline{\overline{A} \cap \overline{B}}) = \frac{3}{4}$.

2.1. $P(A \cap B) = ?$

$$P(\overline{\overline{A} \cap \overline{B}}) = P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{3}{4} \iff P(A \cap B) = \frac{4+3-6}{8} \iff P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

2.2. $\mathbf{B} = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}) \log_{\mathbf{B}} \mathbf{P}(\mathbf{B}) = \mathbf{P}(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) + \mathbf{P}(\mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}) \iff \frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \mathbf{P}(\mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}})$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{8} = P(B \cap \overline{A}) \iff \frac{1}{4} = P(B \cap \overline{A})$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \Leftrightarrow P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\overline{A}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B|\overline{A}) - P(B) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} - P(B) \iff P(B|\overline{A}) - P(B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} - \frac{3}{8} \iff P(B|\overline{A}) - P(B) = \frac{1}{8} \neq 0$$

Logo o valor da proposição é falso.

2.3. Os acontecimentos A e B são independentes sse

$$P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \text{ FALSO}$$

Logo \overline{A} e B são acontecimentos dependentes.